Élémentaires

Ex. 1 — Soient A, B et C trois évènements. Exprimer en fonction de A, B et C et des opérations ensemblistes les évènements suivants :

1. A seul se produit ;
2. A et C se produisent, mais pas B ;
3. les trois évènements se produisent ;
4. deux évènement au moins se produisent ;
5. un évènement au plus se produit ;
6. aucun des trois évènements ne se produit ;
7. deux évènements exactement se produisent ;
8. pas plus de deux évènements ne se produisent.

Ex. 2 — On lance une pièce de monnaie n fois. On note F_k l'évènement « obtenir face au k–ième lancer » (pour $k \in [\![1 ; n]\!]$). Donner l'écriture ensembliste des événements suivants :

1. A : « obtenir une alternance de pile et de face » ;
2. B : « obtenir pile pour la première fois au n–ième lancer »;
3. C : « aucun pile n'est suivi d'un face » ;
4. D : « obtenir 2 piles de plus que de faces durant les n lancer ».

Ex. 3 — Soit Ω l'ensemble des couples mariés d'une ville donnée. On considère les évènements A « l'homme a plus de quarante ans », B « la femme est plus jeune que l'homme » et C « la femme a plus de quarante ans ».

1. Interpréter en fonction de A, B et C l'évènement « le mari a plus de quarante ans et non sa femme ».
2. Décrire en langage ordinaire les évènements $A \cap B \cap \overline{C}, A \setminus (A \cap B), A \cap \overline{B} \cap C, A \cup B$.
3. Vérifier que $A \cap \overline{C} \subset B$.

Ex. 4 — On considère une urne contenant 5 boules blanches et 5 boules noires.

1. Décrire l'univers associé à chacune des expériences suivantes :
   a) On tire successivement trois boules de l'urne, en remettant la boule tirée à chaque fois.
   b) On tire successivement trois boules de l'urne, sans remettre la boule tirée à chaque fois.
   c) On tire successivement les boules de l'urne, sans les remettre après chaque tirage, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de boules dans l'urne.
   d) On tire successivement les boules de l'urne. Si la boule tirée est blanche on la remet, sinon on ne la remet pas.
2. On suppose maintenant que les boules blanches sont numérotées de 1 à 5 et que les boules noires sont numérotées de 1 à 5. On considère l'expérience : « on tire simultanément deux boules de l'urne ».
   a) Décrire l'univers des possibles pour cette expérience.
   b) Décrire les évènements A « il y a plus de boules blanches que de boules noires » et B « les boules blanches tirées ont toute un numéro pair ». Décrire ensuite l'évènement $A \cap \overline{B}$.

Ex. 5 — On suppose qu'un univers Ω contient 6 évènements élémentaires $a_1, a_2, ..., a_6$. On suppose que les probabilités des a_i sont inversement proportionnelles à leur numéro.

1. Trouver la probabilité de chaque a_i (on donnera le résultat sous forme d'un tableau).
2. Quelle est la probabilité que le numéro d'un évènement soit dans la première moitié ?

Ex. 6 — On considère l'univers $\Omega = \{1, 2\}^3$. Si $\omega = (x, y, z)$ est un élément de Ω, on pose $f(\omega) = a(x + y + z) + b$, où a et b sont deux réels fixés.

1. Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur a et b pour qu'il existe une probabilité P sur $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega))$ telle que $\forall \omega \in \Omega \quad P(\{\omega\}) = f(\omega)$.
2. On pose $A = \{(x, y, z) \in \Omega \text{ tel que } x = 1\}$ et $A = \{(x, y, z) \in \Omega \text{ tel que } x = 2 \text{ et } y = 2\}$. Peut-on trouver a et b pour que, de plus, $P(A) = P(B)$?

Ex. 7 — On dispose d'un dé truqué sur lequel chaque face a une probabilité d'apparition proportionnelle au numéro qu'elle porte.

1. Déterminer la probabilité d'apparition de chaque face de ce dé.
2. On lance deux fois ce dé. Quelle est la probabilité que la somme des points obtenus soit égale à 4 ?

Ex. 8 — On considère l'univers $\Omega = \{a, b, c, d\}$ et les quatre évènements $E = \{a, d\}$, $F = \{a, b, c\}$ et

$G = \{b, d\}$. On demande de trouver, si elle existe, une probabilité sur Ω...

1. ...vérifiant $P(E) = 0{,}5$, $P(F) = 0{,}9$ et $P(G) = 0{,}4$.
2. ...vérifiant $P(E) = 0{,}6$, $P(F) = 0{,}8$ et $P(G) = 0{,}7$.
3. ...vérifiant $P(E) = P(F) = P(G)$.

Ex. 9 — Soit $(\Omega, \mathscr{T})$ un espace probabilisable et P_1 et P_2 deux probabilités sur cet espace. Montrer que $P = \dfrac{1}{3}P_1 + \dfrac{2}{3}P_2$ est une probabilité sur $(\Omega, \mathscr{T})$.

Ex. 10 — On considère l'espace probabilisable $(\llbracket 0\,;2n \rrbracket, \mathscr{P}(\llbracket 0\,;2n \rrbracket))$. Montrer qu'il existe un réel λ et une probabilité P définie sur cet espace tel que $\forall k \in \{0, \dots, 2n\} \quad P(\{k\}) = \dfrac{\lambda}{3^k}\dbinom{2n}{k}$.
Soit I l'ensemble des nombres impairs compris entre 0 et $2n$. Calculer alors $P(I)$.

Ex. 11 — On jette deux dés deux fois de suite.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois un double 6 ?
2. Quelle est la probabilité que la somme des 4 faces obtenues soit 6 ?

Ex. 12 — Quelle est la probabilité d'avoir au moins un as dans une main au bridge ?

Ex. 13 — On dispose de 6 jetons du Scrabble permettant d'écrire le mot FRANCE. On les tire un à un, au hasard, sans remise.

1. Quelle est la probabilité d'écrire directement le mot FRANCE ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir d'abord toutes les consonnes, puis toutes les voyelles ?
3. Quelle est la probabilité que toutes les consonnes soit tirées consécutivement ?

Ex. 14 — On lance 5 dés honnêtes. Donner les probabilités

1. d'avoir 5 numéros différents ;
2. d'avoir au moins un 1 ;
3. d'avoir au moins un multiple de 3 ;
4. d'avoir au moins deux faces identiques ;
5. que le produit des chiffres obtenus soit pair ;
6. d'avoir un multiple de 3 et un nombre pair ;
7. d'avoir 2 numéros distincts représentés exactement deux fois.

Ex. 15 — On constitue une file d'attente en distribuant au hasard un numéro d'ordre à n personnes. Quelle est la probabilité pour que deux amis soient distants de r places $(1 \leqslant r \leqslant n-1)$? Quelle est la distance la plus probables entre les deux amis ?

Ex. 16 — LE « PARADOXE » DES ANNIVERSAIRES
Quelle est la probabilité pour que dans une classe de n élèves, les anniversaires d'au moins deux élèves tombent le même jour ? À partir de quelle valeur de n la valeur de cette probabilité est-elle supérieure à $1/2$?

Ex. 17 — On se donne un entier n impair. On considère ensuite une urne de $2n$ boules numérotées de 1 à $2n$. On tire n boules sans remise et on note S_1 la somme des valeurs des boules tirées. On note ensuite S_2 la somme des valeurs des boules qui restent dans l'urne. Calculer la probabilité pour que S_1 soit strictement supérieure à S_2.

Ex. 18 — LES TROIS TIERS. Dans une émission télévisée, on pouvait jouer aux *trois tiers*. Neuf cartes étaient présentées aux candidats, parmi lesquelles trois cartes gagnantes étaient à retrouver pour remporter le gros lot. La production, magnanime, lui donnait d'emblée un carton gagnant, n'en laissant que deux à retrouver. Le candidat devait en désigner d'autres successivement, jusqu'à avoir trouvé les deux bonnes cartes, avec un droit à trois erreurs au maximum.
Calculer la probabilité de gagner à ce jeu. (*Réponse :* $5/14$.)

Ex. 19 — « PARADOXE » DES TROIS PORTES. Dans un conte de fée, une valeureux chevalier aux prises avec une horrible sorcière, se trouve devant trois portes. Derrière l'une d'entre elle se trouve la charmante princesse qu'il doit sauver et derrière les deux autres se trouvent d'horribles monstres qui le tailleront sûrement en pièces.
Le chevalier choisit une porte. L'horrible sorcière, facétieuse, ouvre alors une des deux autres portes, qu'elle sait déboucher sur des monstres, puis laisse au chevalier la possibilité de désigner à nouveau la porte de son choix.
Trois stratégies s'offrent à lui : soit il tire à pile ou face entre les deux portes encore fermées, soit il garde la porte précédemment sélectionnée, soit il choisit l'autre porte. Quelle stratégie offre la meilleure chance de gagner ?

Ex. 20 — On lance n fois un dé non truqué. On note E_n l'événement « on n'a jamais obtenu l'as ou on n'a obtenu que des nombres impairs avant le premier as obtenu ». Déterminer $p_n = P(E_n)$ puis étudier sa limite quand n tend vers $+\infty$. Commentaire ?

Ex. 21 — Soit n un entier supérieur ou égal à 5. Les n personnes d'une assemblée élisent leur président. Chacune vote pour l'un des trois candidats a, b et c. Un candidat est élu s'il obtient au moins $n-2$ voix. Quelle est la probabilité pour qu'aucun candidat ne soit élu ?

Ex. 22 — Trois personnes vont au cinéma. Il passe 3 films différents. Chaque personne va voir un film au hasard, indépendamment des autres personnes. Quelle est la probabilité pour que les 3 personnes aient vu les 3 films différents ?

Probabilités conditionnelles

Ex. 23 — Dans une urne sont placées cinq boules : trois rouges, numérotées $1, 2, 3$, et deux noires, numérotées 1 et 2. On tire simultanément deux boules dans l'urne. On note A l'événement « les deux boules sont de la même couleur » et B l'événement « l'une des deux boules porte le numéro 3 ».
Calculer $P(A)$, $P(B)$ et $P_A(B)$.

Ex. 24 — Deux joueurs A et B jouent avec un jeu de 32 cartes. Aucune carte tirée n'est remise dans le jeu. A tire deux cartes et gagne s'il tire deux figures. Si A ne gagne pas, B tire une carte et gagne s'il tire une figure. Quel joueur a la plus grande probabilité de gagner ? Quelle est la probabilité que personne ne gagne ?

Ex. 25 — On met en vente 50 billets de loterie dont un seul est gagnant. Chaque acheteur ne peut choisir que parmi les billets qui n'ont pas encore été vendu. Préférez vous être le 1er acheteur ? le 2e? le 3e? Quel acheteur préférez vous être ?

Ex. 26 —
1. Montrer que si A et B sont deux évènements indépendants tels que A entraîne B alors soit $P(A) = 0$, soit $P(B) = 0$.
2. Montrer que si A est indépendant de lui-même, alors $P(A) = 0$ ou $P(A) = 1$.
3. Montrer que si $P(A) = 0$ ou $P(A) = 1$ alors A est indépendant de tout évènement.

Ex. 27 — Trois personnes A, B et C sont placées au hasard sur une ligne droite. Soit E l'évènement « B est à la droite de A » et F l'évènement « C est à la droite de A ». Les évènements E et F sont-ils indépendants ?

Ex. 28 — On considère le carré $ABCD$ et de centre O. Deux points sont dit voisins si on peut aller de l'un à l'autre sans passer par un troisième. Un jeton est placé au départ en A. Il peut se déplacer sur chacun de ces points en faisant un pas. À chaque pas il se rend du point sur lequel il est à un point voisin de manière équiprobable.

1. Le jeton fait 2 pas. Donner la probabilité qu'il soit en A, en B, en C, en D, en O.
2. Le jeton fait 3 pas. Donner la probabilité qu'il soit en O.
3. On note p_n la probabilité que le jeton soit en O après n pas ($n \in \mathbb{N}^*$). Montrer que
$$\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad p_{n+1} = \tfrac{1}{3}(1 - p_n).$$
En déduire p_n en fonction de n.
4. Sachant que le jeton est en O après 3 pas, quelle est la probabilité qu'il soit passé en B ?

Ex. 29 — Une urne contient 10 boules blanches et 20 boules rouges. On tire successivement n boules en remettant la boule après le tirage si elle est blanche et en ne la remettant pas si elle est rouge. Quelle est la probabilité de tirer exactement une boule rouge ?

Ex. 30 — Un promeneur capricieux se promène entre deux maisons, nommées A et B. À l'instant 0, il est en A. À chaque instant, il joue à pile ou face. S'il tire pile, il change de maison, sinon il y reste. On définit les événements A_n « le promeneur est en A à l'instant n » et B_n « le promeneur est en B à l'instant n ».

1. Calculer $P(A_n)$ et $P(B_n)$.
2. Les évènements A_i et A_j sont-ils indépendants (avec $(i, j) \in (\llbracket 1 ; n \rrbracket)^2$, $i \neq j$) ?
3. Calculer la probabilité qu'à l'instant n, le promeneur ait été exactement k fois en A.

Ex. 31 — Caïn distribue à Abel x cartes parmi un jeu de 32. Abel est gagnant s'il reçoit la dame de pique.

1. Quelle est la probabilité qu'Abel gagne ?
2. Caïn tente de tricher. Il retire y cartes du jeu, sans savoir lesquelles, avant de donner x cartes à Abel. Montrer que sa tricherie est inutile.

Ex. 32 — Quatre chasseurs ont les probabilités respectives suivantes de toucher un lapin : $2/3$, $1/3$, $1/2$

et $1/4$. Ils tirent tous en même temps. Quelle est la probabilité pour que le lapin survive ?

Ex. 33 — Un lot de 100 dés contient 25 dés pipés tels que la probabilité d'apparition de 6 soit $1/2$. On prend un dé au hasard et on le jette. On obtient 6. Quelle est la probabilité qu'on ait pioché un dé pipé ?

Ex. 34 — On effectue n tirages avec remise dans une urne contenant le même nombre de boules blanches que de boules rouges. Soit A l'événement « on tire au moins deux rouges » et B l'événement « on tire des boules des deux couleurs ».
Montrer que A et B sont indépendants si et seulement si $n = 3$.

Ex. 35 — On dispose de 10 boules vertes, de 10 boules rouges et de deux urnes U_1 et U_2. On répartit les boules vertes, une à une, au hasard, dans chacune des urnes, puis on fait de même avec les boules rouges.

1. Soit $k \in [\![0 ; 20]\!]$. Quelle est la probabilité pour que l'urne U_1 contiennent k boules ?
2. Soit $i \in [\![0 ; 10]\!]$. Quelle est la probabilité pour que l'urne U_1 contiennent i boules vertes sachant qu'elles en contient k en tout ?
3. On choisit une urne au hasard, puis on tire une boule à l'intérieur. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ? (Attention, c'est très facile !)

Ex. 36 — Dans une urne on a 4 boules noires et 2 boules blanches. On en tire 2 simultanément, puis, sans les remettre, de nouveau 2 boules simultanément. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule noire et une boule blanche au deuxième tirage ?

Ex. 37 — On lance 3 dés non pipés. Quelle est la probabilité d'obtenir 421 ? On suppose qu'on a pas obtenu 421. On reprend les dés inutiles et on les relance. Quelle est la probabilité d'obtenir 421 en au plus 2 coups ? En exactement 2 coups ?

Ex. 38 — Dans une urne on a 4 boules noires et 2 boules blanches. On en tire 2 simultanément, puis, sans les remettre, de nouveau 2 boules simultanément. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule noire et une boule blanche au deuxième tirage ?

Ex. 39 — Deux joueurs A et B joue à puits-feuille-ciseau-pierre. Ils choisissent chacun simultanément un objet. Le puits l'emporte sur les ciseaux et la pierre mais pas sur la feuille. Les ciseaux l'emporte sur la feuille mais pas sur la pierre et la feuille l'emporte sur la pierre. Si les joueurs choisissent le même objet le coup compte pour rien et on rejoue.
On suppose qu'à chaque tour B choisi son objet au hasard. On suppose également que si le coup est nul A va rejouer le même objet au second tour.

1. Quel objet A a-t-il intérêt à choisir au premier tour ?
2. B gagne au premier tour et A choisi de jouer le même objet

Ex. 40 — Deux joueurs lancent à tour de rôle une pièce truquée qui amène « pile » avec la probabilité p. A commence. A gagne dès qu'il obtient « pile » et le jeu s'arrête alors. B gagne s'il obtient face, et le jeu s'arrête alors.

1. Quelle est la probabilité pour que A gagne lors de son n-ième lancer ?
2. Quelle est la probabilité pour que A gagne.
3. Quelle est la probabilité pour que le jeu ne s'arrête pas ?
4. Quelle valeur faut-il donner à p pour que les deux joueurs aient tous deux les même chances de gagner.

Ex. 41 — Parmi les pièces produites par une machine, 8 % sont défectueuses. Le test de qualité donne une pièce défectueuse comme dans défectueuse dans 95 % des cas et une pièce correcte comme correcte dans 90 % des cas.

1. Quelle est la probabilité qu'une pièce déclarée défectueuse soit effectivement défectueuse ?
2. On choisi une pièce quelconque au hasard. Quelle est la probabilité qu'il y ait eu une erreur de tri sur cette pièce ?

Ex. 42 — Le quart d'une population a été vacciné contre une maladie. Lors d'une épidémie, on constate que parmi les malades, 20 % ont été vaccinés. De plus, on constate que dans l'ensemble des vaccinés, 1 sur 12 a quand même été malade. Quelle est la probabilité pour un non-vacciné de tomber malade ?

Ex. 43 — On considère deux urnes A et B, contenant des boules blanches et des boules noires : l'urne A contient des boules blanches en proportion a, l'urne B contient des boules blanches en proportion b (a et b sont dans $]0 ; 1[$).
On effectue N tirages avec remise. Au départ, on choisit une urne à pile ou face, puis on y tire une boule. Ensuite,

si la boule tirée est blanche, on tire la boule suivante dans la même urne, sinon on tire la boule suivante dans l'autre urne. On continue cette règle jusqu'au N–ième tirage.
Soit $n \in [\![0 ; N]\!]$. On appelle p_n la probabilité d'obtenir une boule blanche au n–ième tirage et q_n la probabilité pour que le n–ième tirage soit effectué dans l'urne A.

1. Calculer p_1, q_2, p_2.
2. Trouver une relation entre q_n et q_{n-1}.
3. Exprimer q_n et p_n en fonction de a, b et n.

Ex. 44 — Une urne contient a boules blanches et b boules rouges. On tire n boules en remettant à chaque tirage la boule tirée si celle–ci est rouge, en ne la remettant pas si elle est blanche.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une boule blanche ?
2. La deuxième boule est rouge. Quelle est la probabilité que la première ait été blanche ?

Ex. 45 — Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On dispose de n urnes U_1, U_2, ..., U_n. L'urne U_k contient k boules blanches et $n - k$ boules noires.

1. On choisit une urne au hasard en on tire une boule de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?
2. On choisit une urne au hasard en on tire une boule de l'urne. On tire une boule blanche. Quelle est la probabilité d'avoir tiré la boule dans l'urne U_k ($k \in [\![1 ; n]\!]$) ?
3. On choisit une urne au hasard en on tire successivement et avec remise 2 boules de cette urne. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches ?
4. Reprendre la question précédente en supposant que le tirage se fait sans remise.

Ex. 46 — Une souris se trouve dans une cage comportant 2 compartiments A et B. Le compartiment B est ouvert sur l'extérieur.
À l'instant 0, la souris se trouve en A. Si à l'instant n la souris est en A, alors à l'instant $n + 1$ elle sera encore en A avec la probabilité $1/2$ ou elle sera en B avec la probabilité $1/2$. Si à l'instant n elle est en B, alors à l'instant $n + 1$ elle sera en A ou à l'extérieur de la cage de manière équiprobable. Une fois à l'extérieur de la cage, elle n'y revient plus.
On note A_n (resp. B_n) l'évènement « la souris est en A (resp. B) à l'instant n » et S_n l'évènement « la souris est pour la première fois hors de la cage à l'instant n ».
On note a_n, b_n et s_n les probabilités respectives de ces évènements.

1. Exprimer a_{n+1} et b_{n+1} en fonction de a_n et b_n. En déduire a_n et b_n en fonction de n.
2. Est-ce que (A_n, B_n, S_n) est un système complet d'évènements ? Déterminer s_n en fonction de n.
3. Quelle est la probabilité pour que la souris ne sortent jamais de sa cage ?

Ex. 47 — On dispose de 2 pièces A et B qui amènent respectivement pile avec les probabilités p_1 et p_2. On effectue une suite de parties de « pile ou face » de la façon suivante : pour la première partie on choisit une pièce au hasard. Par la suite, on prend la pièce A si on a obtenu pile à la partie précédente, sinon on prend la pièce B.
On note u_n la probabilité d'obtenir pile au n-ième lancer.

1. Déterminer u_n en fonction de n. On commencera par chercher une relation de récurrence vérifiée par la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.
2. Pour quelles valeurs de p_1 et p_2 les évènements « on obtient pile au premier lancer » et « on obtient pile au second lancer » sont-ils indépendants ?

Ex. 48 — Une urne contient a boules blanches ($a > 1$) et b boules noires. On la vide en tirant une à une les boules sans remise. On note A_k l'évènement « la deuxième boule blanche est sortie au k–ième tirage ».

1. Calculer $P(A_k)$.
2. Montrer que les événements $(A_k)_{2\leqslant k\leqslant b+2}$ forment un système complet d'événements.
3. En déduire que $\displaystyle\sum_{i=0}^{b}(k-1)\binom{a+b-k}{a-2} = \binom{a+b}{a}$.

Ex. 49 — Soit $n \geqslant 2$ un entier. Une urne possède initialement 18 boules blanches et 18 boules rouges. On procède à des tirages successifs de la façon suivante : si on a tiré une boule rouge, on arrête les tirages. Si on a tiré une boule blanche, alors on la remet, et on ajoute à l'urne 2 autres boules blanches, et on procède au tirage suivant.
Quelle est la probabilité de procéder à n tirages de boules blanches ?

Ex. 50 — Soit $p \in]0\,;1[$. Une puce se promène sur l'axes des entiers relatifs de la façon suivante : elle se trouve initialement sur 0, et puis elle se met à sauter de sa case k à la case $k+1$ avec probabilité p, et de sa case k à la case $k-1$ avec probabilité $q = 1-p$.

1. Calculer la probabilité qu'après 18 sauts, la puce retourne à son point initial.
2. Calculer la probabilité qu'après 18 sauts, la puce se trouve à 2 cases de son point initial.
3. On suppose à présent qu'elle s'arrête dès qu'elle a effectué 2 sauts consécutifs dans le même sens. Pour $k \in \mathbb{N}$, calculer la probabilité qu'elle s'arrête au bout de k sauts.

★ **Ex. 51** — Des joueurs $A_1, A_2, \dots$ participent à un tournoi de pile ou face : les joueurs A_1 et A_2 s'affrontent, le perdant est éliminé, le gagnant rencontre A_3, le perdant est éliminé, le gagnant rencontre A_4, et ainsi de suite. Est déclaré vainqueur le premier joueur à remporter trois parties successives – ce qui met fin au tournoi. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on note q_n la probabilité que le joueur A_n participe au tournoi et p_n la probabilité qu'il le remporte.

1. Exprimer p_n en fonction de q_n.
2. Calculer q_n et p_n pour tout n compris entre 1 et 5.
3. Trouver une relation entre q_n, q_{n-1} et q_{n-2} valable pour tout $n \geqslant 5$.
4. En déduire q_n et p_n en fonction de n.

Ex. 52 — Un test biologique T servant à détecter la prédisposition à une maladie M donne 4 résultats possibles, symbolisés par 0, +, ++, +++. Les probabilités conditionnelles d'atteinte par la maladie M dans l'année qui suit le test sont les suivantes :

T	0	+	++	+++
$P_T(M)$	0,1	0,2	0,4	0,8

Les probabilités des résultats du test sont les suivantes :

T	0	+	++	+++
$P(T)$	0,5	0,35	0,10	0,05

1. Calculer la probabilité $P(M)$ qu'un individu pris au hasard soit atteint par la maladie M dans l'année.
2. Estimer le coût moyen par an des trois politiques de lutte contre la maladie :
   a) On n'effectue ni test ni surveillance des individus ; pour la collectivité, le coût des soins d'un individu ayant contracté la maladie est 1000 U pour l'année.
   b) On ne fait pas de test, mais on effectue une surveillance médicale systématique, dont le coût est de 120 U par personne et par an. Dans ce cas, les soins ne coûtent que 450 U dans l'année.
   c) On effectue un test systématiques, dont le coût est 20 U, et on limite la surveillance de la maladie aux individus pour lesquels le résultat du test est ++ ou +++.

Ex. 53 — Trois joueurs J_1, J_2 et J_3 disposent chacun d'une urne U_1, U_2 et U_3. L'urne U_1 contient 2 boules rouges et 2 vertes, U_2 contient 1 rouge et 3 vertes, U_3 3 rouges et 1 verte. Chacun tire au hasard une boule dans son urne. Un joueur est déclaré vainqueur ssi sa boule est d'une couleur différente de celle des 2 autres.

1. Quelle est la probabilité pour qu'il y ait un vainqueur à ce jeu ?
2. Sachant qu'il y a eu un vainqueur, quelle est la probabilité pour que ce soit J_1 ?